



Code No. **Series AG-A**

CLASS XII

- Please check that this question paper contains 6 printed pages.
- Code number given on the right.
- Please check that this question paper contains 29 questions.
- Please write down the serial number of the question before attempting it.
- कृपया जाँच कर ले कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 6 है।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 29 प्रश्न हैं।
- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।

General Instructions: -

1. All questions are compulsory. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
2. The question paper consists of 29 questions divided into three sections A, B and C. Section A contains 10 questions of 1 marks each, Section B is of 12 questions of 4 marks each and Section C is of 7 questions of 6 marks each. प्रश्न-पत्र में 29 प्रश्न हैं जो चार खंडों A, B तथा C में बाँटा गया है। खंड A में 10 प्रश्न प्रत्येक 1 अंक स्तर का है, खंड B में 12 प्रश्न प्रत्येक 4 अंक स्तर का है, खंड C में 7 प्रश्न हैं जो प्रत्येक 6 अंक स्तर का है।
3. All question in section A are to be answered in one word, one sentence or as per the exact requirement of the question . खंड A के प्रत्येक प्रश्नों का उत्तर एक शब्द अथवा एक वाक्य तथा प्रश्नों के जरूरत के अनुसार उत्तर दें।
4. There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 4 questions of 4 marks each 2 questions of 6 marks each .इस प्रश्न-पत्र में कोई भी विकल्प नहीं है। फिर भी 4 अंक के 4 प्रश्नों में, 6 अंक के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।
5. Write the serial number of the question before attempting it. प्रश्न हल करने से पहले उसका क्रमांक अवश्य लिख दें।
6. Use of calculator is not permitted. However, you may ask for mathematical tables. कैल्कुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है, जबकि गणितीय सारणियों का प्रयोग कर सकते हैं।

MATHEMATICS

Time Allowed : 3 hours

Maximum Marks : 100

PART – A

(1) In a single throw of three dice, determine the probability of getting a total of 5.

तीन पाँसों की एक फेंक में निम्न को प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए: 5 का योग ।

(2) Evaluate: को हल कीजिए। $\int \frac{2x}{x^4 + 2x^2 + 3} dx$.

(3) If ω is an imaginary cube root of unity, evaluate the following determinant:

यदि ω इकाई घनमूल है, निम्न सारणिक को हल कीजिए:
$$\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix} .$$

(4) If the vectors $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{c} = 3\hat{i} + \lambda\hat{j} + 5\hat{k}$ are coplanar, find the value of λ .

यदि सदिष $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ तथा $\vec{c} = 3\hat{i} + \lambda\hat{j} + 5\hat{k}$ एक समतलीय है, तो λ का मान ज्ञात कीजिए।

(5) Find the vector equations of a line which passes through the point (1, 2, 3) and is parallel to the line $\frac{-x-2}{1} = \frac{y+3}{7} = \frac{2z-6}{3}$

किसी रेखा के कार्तिक तथा सदिष समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिंदु (1, 2, 3) से होकर जाती है तथा रेखा $\frac{-x-2}{1} = \frac{y+3}{7} = \frac{2z-6}{3}$ के समांतर है।

(6) Evaluate : का मान ज्ञात कीजिए।
$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\tan x}}{\sqrt{\tan x} + \sqrt{\cot x}} dx .$$

(7) If $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$, and $B = [-2 \quad -1 \quad -4]$, Find $(AB)^T$.

यदि $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ तथा $B = [-2 \quad -1 \quad -4]$ तो $(AB)^T$ का मान ज्ञात कीजिए।

(8) If $\sin^{-1} x + \cot^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$, then the value of x .

यदि $\sin^{-1} x + \cot^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$, तब x का मान होगा

(9) If $\vec{a} = 5\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$, then show that the vectors $\vec{a} + \vec{b}$ and $\vec{a} - \vec{b}$ are orthogonal.

यदि $\vec{a} = 5\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ तो सिद्ध कीजिए कि सदिष $\vec{a} + \vec{b}$ तथा $\vec{a} - \vec{b}$ लम्बवत् है।

(10) If $f(x) = x^2 + 1$, then $f^{-1}(17)$. यदि $f(x) = x^2 + 1$, तब $f^{-1}(17)$ ।

PART – B

(11) Examine the continuity of the function: निम्न फलन की सातत्यता का परीक्षण कीजिए:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|\sin x|}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases} \text{ at पर } x = 0 .$$

(12) Solve the differential equation $x \cos x \frac{dy}{dx} + y(\cos x - x \sin x) = 1$.

अवकल समीकरण $x \cos x \frac{dy}{dx} + y(\cos x - x \sin x) = 1$ को हल कीजिए।

(13) Form the differential equation corresponding to $y^2 = a(b - x^2)$, where a and b are arbitrary constants.

$y^2 = a(b - x^2)$ के अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए, जहाँ a तथा b अचर स्थिरांक है।

(14) Prove that: $\int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx = \frac{\pi}{2} - 1$.

सिद्ध कीजिए कि: $\int_0^1 \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx = \frac{\pi}{2} - 1$.

(15) Using properties of determinants, prove that : सारणिक के गुणों का उपयोग करते हुए सिद्ध

कीजिए कि
$$\begin{vmatrix} b+c & a & a \\ b & c+a & b \\ c & c & a+b \end{vmatrix} = 4abc .$$

(16) The mean and variance of a binomial distribution are 4 and $\frac{4}{3}$ respectively.

Find $P(x \geq 1)$.

द्विपदीय वितरण में बहुलक तथा प्रसरण क्रमशः 4 तथा $\frac{4}{3}$ है। $P(x \geq 1)$ ज्ञात कीजिए।

OR या

Bag A contains 4 red and 5 black balls, while bag B has 3 red and 7 black balls. One ball is drawn from bag A and two from bag B. Find the probability that out of the three balls drawn, two are red and one is black.

थैला A में 4 लाल तथा 5 काली गेंदे है जबकि थैला B में 3 लाल तथा 7 काली गेंदे है। थैला A से एक गेंद तथा थैला B से 2 गेंदे निकाली जाती है। तीन गेंदों में से दो लाल तथा एक काली गेंद होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

(17) Find the equation of the plane passing through the point $(-1, -1, 2)$ and perpendicular to the planes $3x + 2y - 3z = 1$ and $5x - 4y + z = 5$.

बिंदु $(-1, -1, 2)$ से होकर जाने वाले तथा समतलों $3x + 2y - 3z = 1$ तथा $5x - 4y + z = 5$ पर लंब समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

OR या

If $\mathbf{a} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{b} = \mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$ and $\mathbf{c} = 7\mathbf{i} + 9\mathbf{j} + 11\mathbf{k}$, then find the area of the parallelogram having diagonals $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ and $\mathbf{b} + \mathbf{c}$.

यदि $\mathbf{a} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$, $\mathbf{b} = \mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$ तथा $\mathbf{c} = 7\mathbf{i} + 9\mathbf{j} + 11\mathbf{k}$ हों, तो विकर्ण $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ तथा $\mathbf{b} + \mathbf{c}$ वाले समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल है

(18) Differentiate $\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1+x^2}+\sqrt{1-x^2}}\right)$ with respect to $\sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$

$\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1+x^2}+\sqrt{1-x^2}}\right)$ का $\sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$ के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

(19) There are two identical boxes containing respectively 4 white and 3 red balls, 3 white and 7 red balls. A box is chosen at random and a ball is drawn from it. If the ball drawn is white, what is the probability that it is from the first box?

दो समान बक्सों में जिनमें क्रमानुसार 4 सफेद तथा 3 लाल गेंदे हैं, 3 सफेद तथा 7 लाल गेंदे हैं। यदि यादृच्छया एक-एक बक्सा चुना जाय और इससे एक गेंद निकाली जाय। यदि निकाली गई गेंद सफेद हो, इसके पहले बक्से से होने की प्रायिकता क्या होगी?

(20) Evaluate: का मान ज्ञात कीजिए। $\int \frac{x \sin^{-1} x^2}{\sqrt{1-x^4}} dx$.

OR या

Evaluate: का मान ज्ञात कीजिए। $\int \frac{2x-1}{(x-1)(x+2)(x-3)} dx$.

(21) Find the intervals in which the function f given by $f(x) = \sin x - \cos x$, $0 \leq x \leq 2\pi$ is (i) increasing, (ii) decreasing

OR

Find the equation of the tangent and the normal to the curve $x = 1 - \cos \theta$

$y = \theta - \sin \theta$ at $\theta = \pi/4$.

फलन f जो $f(x) = \sin x - \cos x$, से दिया है, x के (i) निम्नलिखित (ii) उच्चिष्ठ मान ज्ञात कीजिए,

जबकि $0 \leq x \leq 2\pi$ ।

या

वक्र $x = 1 - \cos \theta$, $y = \theta - \sin \theta$ के $\theta = \pi/4$ पर स्पर्श रेखा तथा अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात ।

(22) If $f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ and $f(x) = \frac{x}{1+x}$, then Prove that f is One-one but not onto .

यदि $f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ तथा $f(x) = \frac{x}{1+x}$ तब सिद्ध कीजिए कि f है एकैकी किन्तु आच्छादक नहीं ।

PART – C

(23) Show that the height of a cylinder with maximum volume, that can be inscribed in a given cone, is one-third the height of the cone.

सिद्ध कीजिए कि महत्तम आयतन के बेलन की ऊँचाई, जो कि एक दिये हुए शंकु के अंतर्गत है, शंकु की ऊँचाई की एक तिहाई होगी ।

OR या

Find the area of the greatest isosceles triangle that can be inscribed in a given ellipse having its vertex coinciding with one extremity of major axis.

किसी समबाहु त्रिभुज का अधिकतम क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जो एक दिये दीर्घवृत्त के अंदर बना है । जिसका शीर्ष एक दीर्घअक्ष के सिरे पर है ।

(24) Find the area enclosed between the curves $y = \sin x$ and $y = \cos x$ that lies between the lines $x = 0$ and $x = \pi/2$.

OR

Find the area of smaller region bounded by the ellipse $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ and the straight line

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1.$$

वक्र $y = \sin x$ तथा $y = \cos x$ के मध्य घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जो कि $x=0$ तथा $x=\pi/2$ के मध्य स्थित है ।

या

दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ तथा सरल रेखा $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$ के बीच घिरे हुए न्यूनतम भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

(25) Find the coordinates of the foot of the perpendicular drawn from the point (0, 2, 3) to the line $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+4}{3}$. Also find the length of the perpendicular.

बिंदु (0, 2, 3) से रेखा $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+4}{3}$ पर डाले गए लंब के पाद के निर्देशांक ज्ञात कीजिए तथा लंब की लंबाई भी ज्ञात कीजिए।

(26) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$, find A^{-1} and use it to solve the system of equations:

$$x + y + 2z = 0; \quad x + 2y - z = 9; \quad x - 3y + 3z = -14.$$

यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ तो A^{-1} का मान ज्ञात कीजिए तथा इसका उपयोग समीकरण

$$x + y + 2z = 0; \quad x + 2y - z = 9; \quad x - 3y + 3z = -14. \text{ को हल करने में कीजिए।}$$

(27) An oil company requires 13,000; 20,000 and 15,000 barrels of high grade, medium grade and low grade oil respectively. Refinery A produces 100, 300 and 200 barrels per day of high, medium and low grade oil respectively whereas the Refinery B produces 200, 400 and 100 barrels per day respectively. If A costs Rs 400 per day and B costs Rs. 300 per day to operate ,how many days should each be run to minimize cost while satisfying requirements .

एक तेल कम्पनी को 13000, 20000 तथा 15000 बैरल तेल क्रमशः उच्च श्रेणी, मध्यम श्रेणी तथा निम्न श्रेणी का चाहिए। A रिफायनरी क्रमशः 100, 300 तथा 200 बैरल प्रतिदिन उच्च, मध्यम तथा निम्न श्रेणी का उत्पादन करती है तथा B रिफायनरी क्रमशः 200, 400 तथा 100 बैरल प्रतिदिन उत्पादन करती है। यदि A प्रतिदिन 400 रु तथा B प्रतिदिन 300 रु की कीमत आती है, तो बताइये कि आवश्यकता के अनुसार प्रत्येक को कीमत कम करने में कितने दिन लगेंगे?

(28) Find the distance of the point $(-1, -5, -10)$ from the point of intersection of the line $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-2}{12}$ and the plane $x - y + z = 5$.

समतल $x - y + z = 5$ एवं रेखा $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-2}{12}$ के प्रतिच्छेद बिन्दु एवं बिन्दु $(-1, -5, -10)$ के बीच की दूरी है।

(29) Show that $y = \cos(\cos x)$ is a solution of the differential equation .

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - \cot x \frac{dy}{dx} + y \sin^2 x = 0.$$

सिद्ध कीजिए कि $y = \cos(\cos x)$ का अवकल समीकरण $\frac{d^2 y}{dx^2} - \cot x \frac{dy}{dx} + y \sin^2 x = 0$, है।
