



CODE:- AG-6-3366

पजियन क्रमांक

REGNO:-TMC -D/79/89/36

General Instructions :

1. All question are compulsory.
2. The question paper consists of 29 questions divided into three sections A,B and C. Section – A comprises of 10 question of 1 mark each. Section – B comprises of 12 questions of 4 marks each and Section – C comprises of 7 questions of 6 marks each .
3. Question numbers 1 to 10 in Section – A are multiple choice questions where you are to select one correct option out of the given four.
4. There is no overall choice. However, internal choice has been provided in 4 question of four marks and 2 questions of six marks each. You have to attempt only one If the alternatives in all such questions.
5. Use of calculator is not permitted.
6. Please check that this question paper contains 5 printed pages.
7. Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.

सामान्य निर्देश :

1. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
2. इस प्रश्न पत्र में 29 प्रश्न हैं, जो 3 खण्डों में अ, ब, व स हैं। खण्ड – अ में 10 प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है। खण्ड – ब में 12 प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न 4 अंको के हैं। खण्ड – स में 7 प्रश्न हैं और प्रत्येक प्रश्न 6 अंको का है।
3. प्रश्न संख्या 1 से 10 बहुविकल्पीय प्रश्न हैं। दिए गए चार विकल्पों में से एक सही विकल्प चुनें।
4. इसमें कोई भी सर्वोपरि विकल्प नहीं है, लेकिन आंतरिक विकल्प 4 प्रश्न 4 अंको में और 2 प्रश्न 6 अंको में दिए गए हैं। आप दिए गए विकल्पों में से एक विकल्प का चयन करें।
5. कैलकुलेटर का प्रयोग वर्जित है।
6. कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 5 हैं।
7. प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।

Pre-Board Examination 2011 -12

Time : 3 Hours
 Maximum Marks : 100
 Total No. Of Pages :5

अधिकतम समय : 3
 अधिकतम अंक : 100
 कुल पृष्ठों की संख्या : 5

CLASS – XII

CBSE

MATHEMATICS

SECTION A

Q.1	Evaluate : मान ज्ञात कीजिए : $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \right\}$ Ans.= $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 5 & -2 & -3 \end{bmatrix}$
Q.2	If the vectors $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{c} = 3\hat{i} + \lambda\hat{j} + 5\hat{k}$ are coplanar, find the value of λ . यदि सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ तथा $\vec{c} = 3\hat{i} + \lambda\hat{j} + 5\hat{k}$ एक समतलीय है, तो λ का मान ज्ञात कीजिए। Ans 2
Q.3	Find the vector equations of a line which passes through the point (1, 2, 3) and is parallel to the line $\frac{-x-2}{1} = \frac{y+3}{7} = \frac{2z-6}{3}$ किसी रेखा के कार्तिक तथा सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिंदु (1, 2, 3) से होकर जाती है तथा रेखा $\frac{-x-2}{1} = \frac{y+3}{7} = \frac{2z-6}{3}$ के समांतर है। दे $(1+2j+3k) + \lambda(-2i+14j+3k)$
Q.4	A binary operation * on the set of rational number Q, is defined as $a * b = a + b + ab$. Check the operation * for associativity. Ans.* YES associative एक परिमेय संख्या वाले समुच्चय Q पर की गई द्वि – अधारी संक्रिया को $a*b = a + b + ab$ द्वारा व्यक्त

	करते हैं। जाँच कीजिए कि * साहचर्य प्रक्रिया है।
Q.5	Evaluate : मान ज्ञात कीजिए : $\sin \left[\frac{\pi}{3} - \sin^{-1} \left(-\frac{1}{2} \right) \right]$. Ans. =1
Q.6	Find a unit vector in the direction of the resultant of vectors $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $-\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ and $3\hat{i} + \hat{j}$. सदिशों $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$, $-\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ और $3\hat{i} + \hat{j}$ की परिणामी दशा में एकांक संदिश ज्ञात कीजिए। Ans. $\frac{3i + 5j + 4k}{5\sqrt{2}}$
Q.7	If $\sin^{-1} x + \cot^{-1} \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{\pi}{2}$, then the value of x . यदि $\sin^{-1} x + \cot^{-1} \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{\pi}{2}$, तब x का मान होगा Ans $\frac{1}{\sqrt{5}}$
Q.8	Find the projection of the vector $\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ on the vector $4\hat{i} - 4\hat{j} + 7\hat{k}$. Ans. $\frac{19}{9}$ सदिश $\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ की सदिश $4\hat{i} - 4\hat{j} + 7\hat{k}$ पर प्रलम्बता ज्ञात कीजिए।
Q.9	If $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{j} - \hat{k}$, find a vector $\vec{c}$ such that $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b}$ and $\vec{a} \cdot \vec{c} = 3$. Ans. $\frac{5i + 2j + 2k}{3}$ यदि $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{j} - \hat{k}$, तो सदिश $\vec{c}$ ज्ञात कीजिए यदि $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{b}$ तथा $\vec{a} \cdot \vec{c} = 3$ ।
Q.10	Evaluate : मान ज्ञात कीजिए : $\int_0^{\pi/4} \sqrt{1 - \sin 2x} dx$. Ans. $\sqrt{2} - 1$
	SECTION B
Q.11	Solve the differential equation $x \frac{dy}{dx} = y(\log y - \log x + 1)$. अवकल समीकरण $x \frac{dy}{dx} = y(\log y - \log x + 1)$ को हल कीजिए। Ans : $\log x = \log \left(\log \frac{y}{x} \right) + \log c$ or / अथवा Solve the differential equation $(1+x^2) \frac{dy}{dx} + 2xy - 4x^2 = 0$. Find its particular solution, given that $y = 0$ when $x = 0$. अवकल समीकरण $(1+x^2) \frac{dy}{dx} + 2xy - 4x^2 = 0$ को हल कीजिए। इस समीकरण का निश्चित हल ज्ञात कीजिए दिया है $y = 0$ जब $x = 0$ Ans $y(1+x^2) - \frac{4x^3}{3} = 0$
Q.12	If a,b,c are non-zero numbers, show that : यदि a,b,c शून्योत्तर संख्याएँ हैं तो दर्शाइए : $\begin{vmatrix} -2a & a+b & a+c \\ b+a & -2b & b+c \\ c+a & c+b & -2c \end{vmatrix} = 4(b+c)(c+a)(a+b)$
Q.13	Evaluate : मान ज्ञात कीजिए $\int_0^{\pi} \frac{x dx}{1 - \cos \alpha \sin x}$. Ans $\frac{\pi}{\sin \alpha} (\pi - \alpha)$
Q.14	Find the distance of the point $(-1, -5, -10)$ from the point of intersection of the line $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-2}{12}$ and the plane $x - y + z = 5$. Ans 13unit समतल $x - y + z = 5$ एवं रेखा $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-2}{12}$ के प्रतिच्छेद बिन्दु एवं बिन्दु $(-1, -5, -10)$ के बीच की दूरी है।

Q.15	Consider a function $f: R^+ \rightarrow [-5, \infty)$ given by $f(x) = 9x^2 + 6x - 5$, where R^+ is the set of all non-negative real numbers. show that 'f' is invertible with $f^{-1}(x) = \frac{\sqrt{x+6}-1}{3}$. मान लीजिए कि फलन $f: R^+ \rightarrow [-5, \infty)$, $f(x) = 9x^2 + 6x - 5$, द्वारा परिभाषित है, जहाँ R^+ सभी वास्तविक धनोत्तर संख्याओं का समुच्चय है। दर्शाइए कि f का प्रतिलोम $f^{-1}(x) = \frac{\sqrt{x+6}-1}{3}$ से प्राप्त होता है।
Q.16	If $y = (\sin^{-1} x)^2$ prove that : यदि $y = (\sin^{-1} x)^2$ हो, तो सिद्ध कीजिए : $(1-x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} = 2$. Or अथवा If $x = a(\theta - \sin \theta)$ & $y = a(1 - \cos \theta)$ find $\frac{d^2 y}{dx^2}$ at $\theta = \frac{\pi}{2}$. Ans $\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{1}{2} \operatorname{cosec}^2 \theta \times \frac{d\theta}{dx} = -\frac{1}{2} \operatorname{cosec}^2 \theta \times \frac{1}{a \sin \theta} \Rightarrow \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)_{\theta=\pi/2} = -\frac{1}{a}$ यदि $x = a(\theta - \sin \theta)$ और $y = a(1 - \cos \theta)$, $\theta = \frac{\pi}{2}$ पर $\frac{d^2 y}{dx^2}$ ज्ञात कीजिए।
Q.17	The function f is given by दिया गया फलन f है $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} & \text{if } x < \frac{\pi}{2} \\ a & \text{if } x = \frac{\pi}{2} \\ \frac{b(1 - \sin x)}{(\pi - 2x)^2} & \text{if } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$. Find the values of a and b if f is continuous at $x = \frac{\pi}{2}$. a तथा b का मान ज्ञात कीजिए यदि $x = \frac{\pi}{2}$ पर सतत् है। Ans $a = \frac{1}{2}; b = 4$
Q.18	Form the differential equation corresponding to $y^2 = a(b - x^2)$, where a and b are arbitrary constants. $y^2 = a(b - x^2)$ के अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए, जहाँ a तथा b अचर स्थिरांक हैं। Ans $xy \frac{d^2 y}{dx^2} + x \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - y \left(\frac{dy}{dx} \right) = 0$
Q.19	The mean and variance of a binomial distribution are 4 and $\frac{4}{3}$ respectively. Find $P(x \geq 1)$. द्विपदीय वितरण में बहुलक तथा प्रसरण क्रमशः 4 तथा $\frac{4}{3}$ हैं। $P(x \geq 1)$ ज्ञात कीजिए। Ans. $p = 2/3, q = 1/3, n = 6$ $P(x > 1) = 1 - \frac{1}{729} = \frac{728}{729}$
Q.20	Find the intervals in which the function f given by $f(x) = \sin x - \cos x$, $0 \leq x \leq 2\pi$ is (i) increasing, (ii) decreasing. Ans $\left(\frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \right) \downarrow, \uparrow (0, \frac{3\pi}{4}) \& \left(\frac{7\pi}{4}, 2\pi \right)$ or Find the approximate value of $f(5.001)$, where $f(x) = x^3 - 7x^2 + 15$. Ans -34.995 फलन f जो $f(x) = \sin x - \cos x$, से दिया है, x के (i) निम्निष्ठ (ii) उच्चिष्ठ मान ज्ञात कीजिए, जबकि 0

	$\leq x \leq 2\pi$ । या $f(5.001)$ का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए जब $f(x) = x^3 - 7x^2 + 15$ है।
Q.21	Evaluate: का मान ज्ञात कीजिए $\int \frac{x \sin^{-1} x^2}{\sqrt{1-x^4}} dx$. Ans $\frac{1}{4}(\sin^{-1} x^2)^2 + c$ or या Evaluate: का मान ज्ञात कीजिए $\int \frac{2x-1}{(x-1)(x+2)(x-3)} dx$. Ans $-\frac{1}{6} \log(x-1) - \frac{1}{3} \log(x+2) + \frac{1}{2} \log(x-3)$
Q.22	Solve for x: x का मान ज्ञात कीजिए : $\sin^{-1} x + \sin^{-1} 2x = \frac{\pi}{3}$. Ans $x = \sqrt{\frac{3}{28}}$
	SECTION C
Q.23	If $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$, find A^{-1} and use it to solve the system of equations: $x + y + 2z = 0$; $x + 2y - z = 9$; $x - 3y + 3z = -14$. Ans $x=1, y=3, z=-2$; $A^{-1} = \frac{-1}{11} \begin{bmatrix} 3 & -4 & -5 \\ -9 & 1 & 4 \\ -5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ तो A^{-1} का मान ज्ञात कीजिए तथा इसका उपयोग समीकरण $x + y + 2z = 0$; $x + 2y - z = 9$; $x - 3y + 3z = -14$. को हल करने में कीजिए।
Q.24	Evaluate : मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{dx}{x^4 + 7x^2 + 25}$. Ans $= \frac{1}{10\sqrt{17}} \tan^{-1} \left(\frac{x^2 - 5}{x\sqrt{17}} \right) - \frac{1}{20\sqrt{3}} \log \left[\frac{x^2 - \sqrt{3}x + 5}{x^2 + \sqrt{3}x + 5} \right]$
Q.25	Find the point on the line $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{6}$ at a distance 3 from the point (1, -2, 3) . रेखा $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{6}$ पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (1, -2, 3) से 3 की दूरी पर हो। Ans $\left(\frac{1}{7}, -\frac{23}{7}, \frac{3}{7} \right) \& \left(\frac{13}{7}, -\frac{5}{7}, \frac{39}{7} \right)$ or अथवा Find the vector and cartesian form of the equation of the plane containing the lines $\vec{r} = (i + 2j + 3k) + \lambda(7i + 3j + 2k)$ and // to line $\vec{r} = (3i - j + 3k) + \lambda(2i + 2j + 7k)$. उस तल की सदिश तथा कार्तीय रूप में समीकरण ज्ञात कीजिए, जिस पर $\vec{r} = (i + 2j + 3k) + \lambda(7i + 3j + 2k)$ तथा // $\vec{r} = (3i - j + 3k) + \lambda(2i - 2j + 7k)$ रेखाएँ हैं। Ans $17x - 45y + 8z + 49 = 0$ & $\vec{r} \cdot (17i - 45j + 8k) + 49 = 0$
Q.26	Draw the rough sketch of $y^2 = x + 1$ and $y^2 = -x + 1$ and find the area enclosed by the two curves. $y^2 = x + 1$ तथा $y^2 = -x + 1$ का खाका खींचिए तथा दोनो वक्रों से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। Ans Ans

	Required Area = $2 \left[\int_0^{-1} \sqrt{(x+1)} dx + \int_0^1 \sqrt{1-x} dx \right] = \frac{8}{3} \text{ unit}^2$
Q.27	Prove that the height and the radius of the base of an open cylinder of given surface area and maximum volume are equal. सिद्ध कीजिए कि एक खुले बेलन की ऊँचाई तथा त्रिज्या समान होगी जिसका पृष्ठ क्षेत्रफल तथा अधिकतम आयतन दिया हो। or अथवा Show that the semi-vertical angle of a cone of maximum volume and of given slant height is $\tan^{-1} \sqrt{2}$. दर्शाइए कि एक शंकु का अर्द्धशीर्ष कोण $\tan^{-1} \sqrt{2}$ होगा जिसकी तिर्यक ऊँचाई तथा अधिकतम आयतन दिया है।
Q.28	A producer has 30 and 17 units of labour and capital respectively which he can use to produce two types of goods X and Y. To produce one unit of X, 3 units of capital and 2 units of labour are required and to produce one unit of Y, 3 units of labour and 1 unit of capital is required. If X and Y are priced at ₹ 100 and ₹ 120 respectively, how should the producer use his resources to maximize the total revenue ? From the LPP and solve it. एक उत्पादक के पास क्रमशः 30 तथा 17 इकाइयों श्रम तथा पूँजी की हैं जिससे वह दो प्रकार के उत्पाद X तथा Y उत्पादित करता है। X की एक इकाई का उत्पादन करने के लिए 3 इकाई पूँजी की तथा 2 इकाई श्रम की आवश्यकता होती है और Y की एक इकाई उत्पादित करने के लिए 3 इकाई श्रम की तथा 1 इकाई पूँजी की आवश्यकता होती है। यदि X और Y की कीमत क्रमशः 100 ₹ और 120 ₹ है, तो उत्पादक कुल आगम को अधिकतम करने के लिए अपने संसाधनों का किस प्रकार उपयोग करेगा ? रैखिक प्रोग्रामन समस्या (LPP) बनाकर हल कीजिए। Ans $z = 100x + 120y$ $y : x, y \geq 0; 2x + 3y \leq 30, 3x + y \leq 17, P : (0,10); (\frac{17}{3}, 0)(0,0)(3,8) \text{ max at } (3,8) = 1260$
Q.29	In a test an examinee either guesses or copies or knows the answer to multiple choice question with four choices out of which one is correct option. The probability that he makes a guess is $\frac{1}{3}$. The probability that he copies the answer is $\frac{1}{6}$. The probability that the answer is correct, given that he copied it is $\frac{1}{8}$. Find the probability that he knows the answer to the question, given that he correctly answered it. एक परीक्षा में बहुविकल्पीय प्रश्न जिसके चार विकल्प दिए गए हैं और जिनमें से एक सही विकल्प है, जिनका उत्तर परीक्षार्थी या तो अनुमान लगाकर या नकल करके या जानते हुए देता है। उसके अनुमान लगाने की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ है। उसके नकल करने की प्रायिकता $\frac{1}{6}$ है। उत्तर के सही होने की प्रायिकता ये मानते हुए कि उत्तर नकल करके दिया गया है की प्रायिकता $\frac{1}{8}$ है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि प्रश्न का दिया गया उत्तर सही है। Ans $\frac{24}{29}$

	_____X_____
	<u>BELIEVE ONE WHO HAS PROVED IT. BELIEVE AN EXPERT.</u>