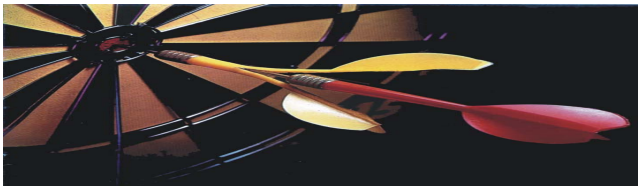

Year of Quality education 18th

Reg. No.

पजियन क्रमांक .

Series AG-7 **CLASS XII** **कोड नं. Code No. TMC 89/1/2**

- Please check that this question paper contains 6 printed pages.
- Code number gives on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please check that this question paper contains 29 questions.
- Please write down the serial number of the question before attempting it.
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न–पत्र में मुद्रित पृष्ठ 14 हैं।
- प्रश्न–पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर–पुस्तिका के मुख–पृष्ठ पर लिखें।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न–पत्र में 30 प्रश्न हैं।
- **कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।**

MATHEMATICS
गणित

Time allowed : 3 hours] *[Maximum Marks : 100*

निर्धारित समय : 3 घण्टे] *[अधिकतम अंक : 100*

General Instructions :

1. All questions are compulsory.
2. The question paper consists of 29 questions divided into four sections – A,B, C and D. Section A comprises 10 questions of one marks each, Section B comprises of 12 questions of four marks each, Section C comprises of 7 questions of six marks each.
3. All questions in Section A are to be answered in one word, one word, one sentence or as per the exact requirement of question.
4. There is no overall choice. However, internal choice has been provided in 4 question of four marks each and 2 questions of six marks each, You have to attempt only one of the alternatives in all such questions.
5. Use of calculators is not permitted.

सामान्य निर्देश :

1 सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

2 इस प्रश्न पत्र में 29 प्रश्न हैं जो तीन खण्डों में विभाजित हैं अ, ब, तथा स। खण्ड अ में 10 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक एक अंक का है। खण्ड ब में 12 प्रश्न, हैं जिनमें से प्रत्येक चार अंक का है। खण्ड स में 7 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक छः अंक का है।

3 खण्ड अ के सभी प्रश्नों का उत्तर एक शब्द में, एक वाक्य अथवा प्रश्न की आवश्यकता अनुसार दिये जा सकते हैं।

4 पूर्ण प्रश्नपत्र में विकल्प नहीं है। फिर भी चार अंकों वाले 4 प्रश्नों में तथा छः अंकों वाले 2 प्रश्नों में आन्तरिक विकल्प हैं। ऐसे सभी प्रश्नों मे से आपको एक ही विकल्प करना है।

5 कैलकुलेटरों के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

SECTION A
खण्ड अ

1. For the determinant $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$, find the value of $a_{21}A_{11} + a_{22}A_{12} + a_{23}A_{13}$, A_{ij} is cofactor of element a_{ij}.

सारणिक $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ के लिए $a_{21}A_{11} + a_{22}A_{12} + a_{23}A_{13}$, का मान ज्ञात कीजिए जबकि A_{ij} अवयव a_{ij} का सहखण्ड है।

2. Without expanding, evaluate the following :

बिना प्रसरण किए निम्न का मान ज्ञात कीजिए :

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 \\ -1 & 6 & -3 \\ 5 & 3 & 15 \end{vmatrix}$$

3. Is sine function onto in the set of real numbers ? Give reasons.

क्या फलन sine वास्तविक संख्याओं के समूह में आच्छादक है ? कारण दीजिए।

4. Using principal value, evaluate the following :

मुख्य मानों का प्रयोग करते हुए निम्न का मान ज्ञात कीजिए :

$$\cos^{-1}\left(\cos\frac{2\pi}{3}\right) + \sin^{-1}\left(\sin\frac{2\pi}{3}\right)$$

5. Let A = $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & 1 & 3 \\ 0 & 6 & 7 \end{bmatrix}$. Express A as sum of two matrices such that one is symmetric and the other is skew symmetric.

माना $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & 1 & 3 \\ 0 & 6 & 7 \end{bmatrix}$. A को ऐसे दो आव्यूहों के योग के रूप में लिखिए जिनमें से एक सममित आव्यूह तथा दूसरा विषम सममित आव्यूह है।

6. Evaluate : मान ज्ञात कीजिए : $\int_{-x/2}^{x/2} \sin^5 x\,dx$.

7. Evaluate : मान ज्ञात कीजिए : $\int \frac{dx}{a + be^x}$.

8. If the position vector $\vec{a}$ of a point (-5, λ) be such that $|\vec{a}| = 13$, find λ.

यदि बिन्दु (-5, λ) तथा सदिश $\vec{a}$ हो तो λ का मान ज्ञात कीजिए जबकि $|\vec{a}| = 13$.

9. In a single throw of three dice, determine the probability of getting a total of 5.

तीन पॉसो की एक फेंक में 5 का योग को प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

10. If $\vec{a}$ is a unit vector and $(\vec{x}-\vec{a}).(\vec{x}+\vec{a})=8$, find $|\vec{x}|$.

यदि $\vec{a}$ एक एकांक सदिश है तथा $(\vec{x}-\vec{a}).(\vec{x}+\vec{a})=8$, तो $|\vec{x}|$ को मान ज्ञात कीजिए।

SECTION B
खण्ड ब

11. If $A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}$ and $I=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$, prove that : $(aI+bA)^3=a^3I+3a^2bA$.

यदि $A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}$ तथा $I=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ तो सिद्ध करो कि : $(aI+bA)^3=a^3I+3a^2bA$.

or अथवा

If $A=\begin{bmatrix}\cos\theta & i\sin\theta\\ i\sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}$, then prove by the principle of mathematical induction that : $A^n=\begin{bmatrix}\cos n\theta & i\sin n\theta\\ i\sin n\theta & \cos n\theta\end{bmatrix}$.,

यदि $A=\begin{bmatrix}\cos\theta & i\sin\theta\\ i\sin\theta & \cos\theta\end{bmatrix}$ तो गणितीय आगमन के सिद्धांत द्वारा सिद्ध करो कि : $A^n=\begin{bmatrix}\cos n\theta & i\sin n\theta\\ i\sin n\theta & \cos n\theta\end{bmatrix}$

12. The function 'f' is defined as :

फलन 'f' इस प्रकार परिभाषित है : $f(x)=\begin{cases}ax^2+b, & if \quad x>2\\ 2, & if \quad x=2\\ 2ax-b, & if \quad x<2\end{cases}$.

Find the constants a and b, such that the function is continuous.

अचर a तथा b ज्ञात कीजिए जबकि फलन सतत् है।

13 Let $f:\{2,3,4,5\}\to\{3,4,5,9\}$ and $g:\{3,4,5,9\}\to\{7,11,15\}$ be functions defined as f(2) = 3, f(3) = 4, f(4) = 5, f(5) = 5 and g(3) = g(4) = 7 and g(5) = g(9) = 11. Find gof. Also find the domain and the range of gof.

मान लीजिए फलन $f:\{2,3,4,5\}\to\{3,4,5,9\}$ तथा $g:\{3,4,5,9\}\to\{7,11,15\}$ इस प्रकार परिभाषित है कि f(2) = 3, f(3) = 4, f(4) = 5, f (5) = 5 तथा g (3) = g (4) = 7 and g (5) = g (9) = 11 और है। ज्ञात कीजिए, तथा इसका प्रांत और परिसर भी ज्ञात कीजिए।

14. Find the interval (s) for which the function $f(x)=-2x^3-9x^2-12x+1$ is increasing or decreasing.

वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसके लिए फलन $f(x)=-2x^3-9x^2-12x+1$ में वृद्धि तथा कमी हो रही है।

15. From the differantial equation corresponding to the function $ax^2+by^2=1$.

फलन $ax^2+by^2=1$ के अनुसार अवकल समीकरण बनाइए।

16. Solve the following differential equation :

निम्न अवकल समीकरण हल कीजिए :

$ydx-(x+2y^2)dy=0$

or अथवा

Solve the following differential equation:निम्न अवकल समीकरण हल कीजिए : $x\frac{dy}{dx} = y + x\tan\frac{y}{x}$.

17. A pair of dice is thrown. Find the probability of getting 7 as a sum, if it is known that second dice always exhibits a prime number

दो पासे एक साथ फेंके जाते हैं। पासे पर आए अंको का योग 7 होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए जबकि दूसरे पासे पर सदैव एक अभाज्य संख्या ही आए।

18. Find the foot of the perpendicular drawn from the point A (1,0,3) to the join of the pints B(4,7,1) and C(3,5,3).

बिन्दु A (1,0,3) से समरेख बिन्दुओं B(4,7,1) तथा C(3,5,3) पर खींचे गए लम्ब का पाद ज्ञात कीजिए।

19. If $\hat{i}+\hat{j}+\hat{k},\ 2\hat{i}+5\hat{j},\ 3\hat{i}+2\hat{j}-3\hat{k}$ and $\hat{i}-6\hat{j}-\hat{k}$ are the position vectors of the pints A,B,C and D respectively, find the angle between $\vec{AB}$ and $\vec{CD}$. Deduce that $\vec{AB}$ and $\vec{CD}$ are collinear.

or

Points L, M,N divide the sides BC,CA and AB of triangle ABC in the ratio 1:4, 3:2 and 3:7 respectively. Prove that $\vec{AL}+\vec{BM}+\vec{CN}$ is a vector parallel to $\vec{CK}$, where K divides AB in the ratio 1:3.

यदि $\hat{i}+\hat{j}+\hat{k},\ 2\hat{i}+5\hat{j},\ 3\hat{i}+2\hat{j}-3\hat{k}$ तथा $\hat{i}-6\hat{j}-\hat{k}$ क्रमशः बिन्दु A,B,C तथा D के स्थिति सदिश हैं तो $\vec{AB}$ तथा $\vec{CD}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए । तर्क द्वारा बताइए कि $\vec{AB}$ तथा $\vec{CD}$ संरेख है।

अथवा

बिन्दु L, M,N किसी त्रिभुज ABC की भुजाओं BC,CA तथा AB को क्रमशः 1:4, 3:2 तथा 3:7 के अनुपात मे बॉटते हैं। सिद्ध कीजिए कि $\vec{AL}+\vec{BM}+\vec{CN}$ सदिश $\vec{CK}$ के समान्तर है जबकि K, AB को 1:3 के अनुपात में विभाजित करता है।

20. Write in the simplest form: सरलतम रूप में लिखिए : $\tan^{-1}\left[\frac{\sqrt{1+\sin x}-\sqrt{1-\sin x}}{\sqrt{1+\sin x}+\sqrt{1-\sin x}}\right]$

or अथवा

IF $\cos^{-1}x+\cos^{-1}y+\cos^{-1}z=\pi$, then prove that $x^2+y^2+z^2+2xyz=1$.

यदि $\cos^{-1}x+\cos^{-1}y+\cos^{-1}z=\pi$, तो सिद्ध करो कि $x^2+y^2+z^2+2xyz=1$ ।

21. Prove that : सिद्ध कीजिए : $\tan^{-1}\frac{1}{3}+\tan^{-1}\frac{1}{5}+\tan^{-1}\frac{1}{7}+\tan^{-1}\frac{1}{8}=\frac{\pi}{4}$.

22. Evaluate: $\int_1^3 (3x^2-5)dx$, as limit of sums.

योगों की गुच्छ मान विधि द्वारा $\int_1^3 (3x^2-5)dx$, का मान ज्ञात कीजिए।

SECTION C
खण्ड स

23. Using properties of determinants, prove :

सारणिकों के गुण – धर्मो का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि : $\begin{vmatrix} (b+c)^2 & a^2 & bc \\ (c+a)^2 & b^2 & ca \\ (a+b)^2 & c^2 & ab \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c)(a^2+b^2+c^2)$.

or अथवा

Use the product $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 9 & 2 & -3 \\ 6 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ to solve the following system of equations :

x - y + 2 z = 1 ; 2 y – 3 z = 1 ; 3 x – 2 y + 4 z = 2 .

$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 9 & 2 & -3 \\ 6 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ के गुणन का प्रयोग करके निम्न समीकरण निकाय को हल कीजिए :

x - y + 2 z = 1 ; 2 y – 3 z = 1 ; 3 x – 2 y + 4 z = 2

24. Make a rough sketch of the region given below and find its area using integration :
नीचे दिये गये क्षेत्र का खाका खींचिए तथा समाकलन विधि द्वारा इसका क्षेत्रफल भी ज्ञात कीजिए :

$\{(x, y) : 0 \le y \le x^2 + 3, 0 \le y \le 2x + 3, 0 \le x \le 3\}$

25. Find the local maximum and local minimum values for the function $f(x) = -x + 2\sin x$ in $[0, 2\pi]$, Also indicate the points at which local maximum and local minimum exists.

or

A point on the hypotenuse of a right angled triangle is at distances a and b from the sides. Show that the length of the hypotenuse is at least $(a^{2/3} + b^{2/3})^{3/2}$.

फलन $f(x) = -x + 2\sin x$ $[0, 2\pi]$, के लिए स्थानीय उच्चतम तथा स्थानीय निम्नतम मान ज्ञात कीजिए। उन बिन्दुओं को भी ज्ञात कीजिए जिन पर स्थानीय उच्चतम और स्थानीय निम्नतम मान प्राप्त करते हैं।

अथवा

एक समकोण त्रिभुज के कर्ण पर एक बिन्दु भुजाओं से क्रमशः a तथा b दूरी पर स्थित है। दर्शाइए कि कर्ण की लम्बाई कम से कम $(a^{2/3} + b^{2/3})^{3/2}$ होगी।

26. Evaluate : मान ज्ञात कीजिए : $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{x + \frac{\pi}{4}}{2 - \cos 2x} dx$.

27. A farmer decides to plant upto 10 hectares with cabbages and potatoes. He decides to grow at least 2 but not more than 8 hectares of cabbages and at least 1 but not more than 6 hectares of potatoes. If he can make a profit of Rs. 1500 per hectare on cabbages and Rs. 2000 per hectare on potatoes, how should he plan his farming so as to get the maximum profit? From an LPP and solve it graphically.
एक किसान 10 हेक्टेअर क्षेत्र मे आलू तथा गोभी उगाने का निश्चय करता है। वह कम से कम 2 हेक्टेअर तथा अधिक से अधिक 8 हेक्टेअर क्षेत्र में गोभी उगाने का निश्चय करता है तथा कम से कम 1 हेक्टअर तथा अधिक से अधिक 6 हेक्टअर क्षेत्र मे आलू उगाने का निश्चय करता है। यदि उसे 1500रु. प्रति

हेक्टेअर का लाभ गोभी पर तथा 2000रु. प्रति हेक्टेअर का लाभ आलू पर हो तो अधिकतम लाभ के लिए उसे किस प्रकार की कृषि योजना बनानी चाहिए? एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या (LPP) बनाइए तथा ग्राफ द्वारा इसे हल कीजिए।

28. The probability that a student entering a college will graduate is 0.6. find the probability that out of a group of 6 students
(i) None (ii) At least one (iii) At most 3 will graduate.
एक विद्यालय में प्रवेश लेने वाले एक विद्यार्थी के स्नातक होने की प्रायिकता 0.6 है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि 6 विद्यार्थियों के समूह में
(i) एक भी नहीं (ii) कम से कम एक (iii) अधिक से अधिक 3 विद्यार्थी स्नातक होंगे।

29. Find the vector equation in the scalar product form, of the plane passing trough the pints $(1,0,-1),(3,2,2)$ and parallel to the line $\vec{r} = i + j + \lambda(i - 2j + 3k)$.

बिन्दुओं $(1,0,-1),(3,2,2)$ से जाने वाला समतल जो कि रेखा $\vec{r} = i + j + \lambda(i - 2j + 3k)$ के समान्तर है, कि अदिश गुणन रूप में सदिश समीकरण लिखिए ।

****